АНАЛИЗ И МОДЕЛИРОВАНИЕ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ С ДОЛГОВРЕМЕННОЙ ПАМЯТЬЮ

К.э.н. В.М. Андриенко, к.т.н. Е.А Арсирий.

Одесский национальный политехнический университет
Украина, г.Одесса
andrienko.v@gmail.com

Большинство математико-статистических методов имеет дело с моделями, в которых наблюдения предполагаются независимыми и одинаково распределенными. При этом основное внимание уделяется проблемам идентификации моделей, отбору эндогенных и экзогенных показателей, но почти не обращается внимания на формальный анализ структуры исходных статистических рядов. Зависимость между наблюдениями чаще всего рассматривается как помеха в эффективном применении этих методов. Однако разнообразные данные в экономике, социологии, финансах, коммерции и других сферах человеческой деятельности поступают в форме *временных рядов*, в которых наблюдения взаимно зависимы, и характер этой зависимости как раз и представляет главный интерес для исследователя. Свойства и методы статистического анализа случайной выборки нельзя распространять на временные ряды.

Аналитически временной ряд можно выразить уравнением вида:

$$X(t) = f(t) + S(t) + e(t),$$

где $f(t)$ - тренд (долговременная тенденция) развития;

$S(t)$ - сезонная (периодическая) компонента;

$e(t)$ - случайная величина (случайная компонента).

Тренд может быть выражен как детерминированной, так и случайной функциями, либо их комбинацией. Компоненты временного ряда $f(t)$, $S(t)$ и $e(t)$ ненаблюдаемые. Они являются теоретическими величинами. Выявление этих компонент и является задачей анализа. При построении моделей связей необходимо решать вопрос об отнесении каждого из рассматриваемых рядов к классу рядов, стационарных относительно детерминированного тренда, или к классу рядов, имеющих стохастический тренд. Стохастический тренд обнаруживается с помощью спектрального [1] и автокорреляционного анализа [2]. Автокорреляционная функция в этом случае медленно убывает, а периодограмма на низких частотах неограниченно возрастает. Такие ряды называют «временными рядами с долговременной корреляционной зависимостью (*time series with long memory*)».

На основе анализа можно построить адекватную математическую модель для описания динамики временного ряда и прогнозирования его будущих значений. В работах зарубежных ученых, в первую очередь, *C.W.Granger, J.R.Hosking, P.M.Robinson, R. Beran*, был предложен новый класс моделей *ARFIMA(p,d,q)*, допускающий возможность нецелого параметра d и получивший название авторегрессионный дробно - интегрированный процесс скользящего среднего[3].

В условиях ограниченных реальных данных и благодаря простоте практического применения, в настоящее время особую популярность для анализа и прогнозирования временных рядов приобретают коммерческие (платные) и некоммерческие (бесплатные) приложения – нейроимитаторы, использующие для анализа и прогноза нейронных сетей различных архитектур[4].

Экспериментальные расчеты показали, что моделирование на основе нейроимитаторов дает достаточно высокий уровень точности моделей, средняя относительная ошибка аппроксимации составляет меньше 10%. Математическая модель *ARFIMA(p,d,q)* дает примерно такой же результат.

ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ ИСТОЧНИКИ

1. Гренжер К., Хатанака М. Спектральный анализ временных рядов в экономике.-М.: Статистика,1972.

2. Канторович Г.Г. Анализ временных рядов/ Г.Г. Канторович// Экономический журнал ВШЭ -№2. – 2002.- С. 252-273.

3. Granger C.W.J. Some Properties of Time Series Data and Their Use in Econometric Model Specification /C.W.J. Granger C.W.J.// Journal of Econometrics, 1981.- Vol.16.- №1.- P. 121-130.

4. Хайкин С. Нейронные сети: полный курс, 2-е изд., испр./ Хайкин С. Пер. с англ. – М.: ООО “И.Д. Вильямс“, 2006. - 1104 с./ Под ред. д.т.н. Н.Н. Куссуль.