ПРИМЕР МОДЕЛИ ДИНАМИЧЕСКОГО ХАОСА, КАК НЕЛИНЕЙНОЙ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

А.С. Семенов, *к.ф.-м.н., доцент*

Одесский национальный политехнический университет

Примеры построения и исследования моделей экономической динамики на основе обыкновенных дифференциальных уравнений приводят, как правило, к результатам, включающим экспоненциально растущие функции времени [1]. Кроме общих недостатков такого решения, использование результатов расчетов в этом случае возможно лишь на коротких отрезках времени.

Определенная ограниченность области применения линейных моделей приводит к необходимости учета в моделях нелинейных зависимостей. Невозможность получить строгое аналитическое решение такой задачи с появлением быстродействующих компьютеров перестало быть трагедией. В настоящее время стало возможным проводить численные исследования и эксперименты существенно нелинейных систем, описываемых системами нелинейных дифференциальных уравнений. Известны сложности как построения адекватных математических моделей функционирования экономических систем, так и проблемы их решения и анализа. И основным аппаратом исследования в этом случае становятся численные методы. В экономической науке давно доказана, например [2,3], общность моделей экономической динамики и теории колебаний. В существенно нелинейных моделях наряду с гармоническими колебаниями обнаруживаются сложные полигармонические устойчивые и неустойчивые режимы, бифуркации, странные аттракторы, т.е. режимы, которые не поддаются исследованию в рамках линейного и квазилинейного подхода. Хаос является естественной динамической формой эволюции сложных систем, который можно трактовать как естественную среду проявления конкуренции. Именно при переходе от хаоса к упорядоченным движениям зарождаются новые устойчивые нетривиальные наиболее перспективные и прибыльные направления в экономике. Недостатком можно считать, что для моделей динамического хаоса характерна невозможность предсказания поведения модели на длительное время. Это свойство проявляется даже у сравнительно простых структур [4].

Примером модели динамического хаоса может служить модель странного аттрактора Лоренца (Эдвард Лоренц, 1963 год). Придав переменным модели конкретное смысловое экономическое значение и выбирая конкретные числовые значения коэффициентов системы, приходим к существенно нелинейной модели функционирования экономической системы.

Пусть в денежном выражении x_1 - объем производства, x_2 - объем реализованной продукции, x_3- необходимый объем ресурсов. Тогда математическая модель странного аттрактора Лоренца описывается дифференциальными уравнениями:

$$\dot{x_1} = \sigma(\dot{x_1} - x_2);$$
$$\dot{x_2} = -x_1 x_3 \dot{+} \rho\, x_1 - x_2; \qquad (1)$$
$$\dot{x_3} = x_1 \dot{x_2} - \beta x_3.$$

Здесь коэффициентам σ, ρ, β можно придать следующий экономический смысл:

σ - рыночная цена реализованной продукции;

ρ - коэффициент рыночного спроса на произведенную продукцию;

β- коэффициент скорости расхода ресурсов на изготовление продукции.

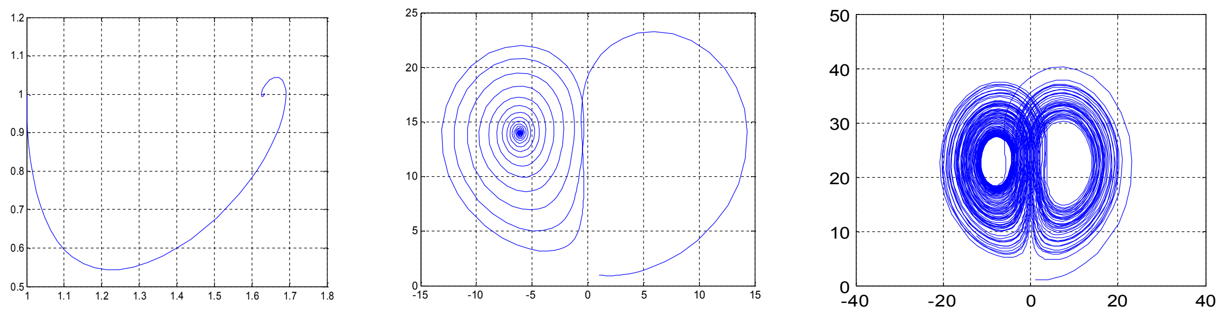
Для моделирования выбираем начальные условия: $x_1 = 1$; $x_2 = 1$; $x_3 = 1$. Отрицательные значения объема производства соответствуют накоплению нереализованной продукции, отрицательные значения объема реализованной продукции соответствуют падению спроса на нее, расходы на ее изготовление превышают доход от реализации.

Моделирование сформулированного динамического хаоса проводится в пакете Matlab. Система уравнений представляется в нормальной форме Коши и используется оператор-функция решения, например, ode45( ) , использующая метод Рунге-Кутта. Предварительно создается m– функция, описывающая систему уравнений с указанием пути до каталога, в котором сохранен файл с текстом, например с помощью команды path. С помощью вызова команды path(matlabpath,’новый путь’) можно добавить новый путь к файл-функции. Имя файл-функции, начальные условия, точность расчета содержится в параметрах оператора решения. Однако, в этом простом случае можно обойтись и без создания файл-функции. Задавшись конкретными значениями коэффициентов, запишем простую программу решения поставленной задачи.

```
clear all
clc
sigma=10;
beta=8/3;
rho=28;
f = @(t,a) [-sigma*a(1) + sigma*a(2); rho*a(1) - a(2) - a(1)*a(3); -beta*a(3) +
a(1)*a(2)];
[t,a] = ode45(f,[0 100],[1 1 1]);
plot3(a(:,1),a(:,2),a(:,3))
grid on
```

Выбранные параметры соответствуют странному аттрактору Лоренца.

Далее можно проводить компьютерное моделирование, меняя коэффициенты уравнения и изучая, например, зависимость реализации x_2 от объемов ресурсов x_3 при, например, различном спросе ρ на рынке. Приведем три фазовых портрета из всего полученного большого объема данных.



a b c

Фазовый портрет реализации продукции

а) при ρ = 2; b) при ρ = 15; c) при ρ = 24

Последний фазовый портрет свидетельствует о бурной деятельности предприятия при существенном спросе на рынке. Формирование второго крыла «бабочки» в виде одного витка кривой начинается со значения ρ = 15 при σ = 10 и β = 8/3, а также при изменении σ в пределах $8 \le \sigma \le 13$. Начиная со значения $\rho =$ 24 второе крыло бабочки формируется полностью.

Управляя коэффициентами уравнений модели можно проследить за различными случаями функционирования предприятия и установить оптимальный режим его работы.

Литература:

1. Моделирование экономической динамики: Учебное пособие/ Клебанова Т.С., Дубровина Н.А., Полякова О.Ю., Раевнева Е.В., Милов А.В., Сергиенко Е.А. – 2-е изд., стереотипн. – Х.: Издательский Дом «ИНЖЭК», 2005. – 244 с.
2. Кондратьев Н.Д. Проблемы экономической динамики. – М.: Изд Иностр.Литер. 1989.
3. Устиян И. Экономическая динамика в свете теории «больших циклов» Н.Д.Кондратьева // Экономист. – 1998. – № 9
4. Петров Л.Ф. Методы динамического анализа экономики: Учебн. пособие. – М.: ИНФРА-М, 2010. – 239 с.