ПРОБЛЕМА ОЦЕНКИ РИСКА ПРИ ФОРМИРОВАНИИ ПОРТФЕЛЯ ЦЕННЫХ БУМАГ

В.М. Андриенко, *к.э.н., доцент*
С.В. Юревич

Одесский национальный политехнический университет

Все операции с ценными бумагами всегда сопряжены с риском. Портфельный принцип инвестирования помогает снизить риск и получить желаемый доход. Главная цель при формировании портфеля – достижение оптимального соотношения между риском и эффективностью для инвестора на фондовом рынке. В 1952 году вышла работа Г.Марковитца, которая была посвящена проблеме оптимизации инвестиционных решений в условиях неопределенности. Именно она заложила основы теории портфеля ценных бумаг. В ней была изложена концепция *диверсификации*, позволяющая за счет правильного подбора ценных бумаг уменьшить риск портфеля (*несистематический риск*). Работа Г.Марковитца оказала сильное влияние на все последующие работы в этой области. В 1964 году В.Шарп предложил модель CAPM (Capital Asset Pricing Model), а в 1976 году С.Росс представил теорию APT (Arbitrage Pricing Theory). Обе эти теории, ставшие в последствии классическими, составляют ядро современной теории финансов.

Г.Марковитц свел задачу оптимизации к поиску эффективных портфелей в контексте соотношения “средняя доходность – дисперсия”. Модель выбора портфеля на основе средней доходности и дисперсии портфеля подробно объясняется и обсуждается во многих учебниках (например, в [1,2]). Затем, Г. Марковитц предложил метод исследования портфельных инвестиций, который получил название *«средне-дисперсионного анализа»* (mean-variance analysis). Введем следующие обозначения:

I_0 – начальный капитал инвестора;

T – срок инвестиционного горизонта (начальный момент времени–«0»);

n – количество доступных активов;

I_T – капитал инвестора после реализации портфеля.

Тогда относительная доходность инвестиции – это:

$$R = \frac{I_T - I_0}{I_0}, \tag{1}$$

где I_0 – фиксированная величина, а I_T – случайная величина. Таким образом эффективность R – также случайная величина.

У инвестора есть возможность составить портфель $\boldsymbol{\pi}$ из определенной совокупности допустимых портфелей П. Под портфелем понимают n-мерный вектор $\pi = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$, характеризующий распределение начального капитала инвестора I_0 между активами, так что x_i – доля общего капиталовложения, соответсвующая i-му виду ценных бумаг, при этом $x_1 + x_2 + \ldots + x_n = 1$. При $x_i > o$ инвестор вкладывает часть x_i капитала I_0 в i-ю ценную бумагу, а при $x_i < 0$ он берет эту ценную бумагу в долг в количестве $-x_i$ (на единицу доступного капитала), то есть принимает участие в финансовой операции типа short sale. Средне-дисперсионный анализ основан на использовании двух характеристик случайных величин R_i:

– средних (математических ожиданий) $m_i = MR_i$, $i = \overline{1,n}$, интерпретируемых как ожидаемые эффективности, или ожидаемые относительные доходности вложения в i-ю ценную бумагу ;

– дисперсий $V_i = DR_i = M(R_i - m_i)^2 = MR_i^2 - m_i^2$, $i = \overline{1,n}$, которые интерпретируются как меры риска вложения в i-ю ценную бумагу . Часто вместо V_i используют равносильную характеристику – среднеквадратическое отклонение $\sigma_i = \sqrt{V_i}$. Логично, что инвестор стремится получить наибольший доход от купленных ценных бумаг, но при этом как можно меньше рискуя. Таким образом, суть средне-дисперсионного анализа состоит в составлении портфеля по одному из двух критериев поведения инвестора:

– максимизации ожидаемой эффективности m при заданном уровне риска (т.е. при определенной готовности инвестора рисковать);

– минимизации риска, то есть показателя σ при заданном уровне ожидаемой эффективности m.

Среди экономистов распространено мнение, что V_π или σ_π является наиболее разумной мерой риска портфеля ценных бумаг. Однако с этим можно поспорить.

Пусть для двух видов акций «1» и «2» с $m_1 = m_2$, но эффективность зависит от ситуации на рынке: A (наступающая с вероятностью 0,2) или B (наступающая с вероятностью 0,8). Курс акций в этих случаях изменится так:

	A	B
1	+5%	+1,25%
2	-1%	+2,75%

Ожидаемые эффективности в этом случае:

$$m_1 = 0{,}2 \cdot 5 + 0{,}8 \cdot 1{,}25 = 2; m_2 = 0{,}2 \cdot (-1) + 0{,}8 \cdot 2{,}75 = 2, \qquad m_1 = m_2 .$$

Дисперсии также совпадут:

$$V_1 = 0{,}2 \cdot (5 - 2)^2 + 0{,}8 \cdot (1{,}25 - 2)^2 = 2{,}25;$$
$$V_2 = 0{,}2 \cdot (-1 - 2)^2 + 0{,}8 \cdot (2{,}75 - 2)^2 = 2{,}25.$$

Теперь рассмотрим следующую ситуацию: инвестор взял заем под 1,5%. Этот процент ниже ожидаемой эффективности, поэтому действия инвестора вполне разумны. Однако если инвестор вложит деньги в первый вид акций и на рынке наступит ситуация А, он выиграет 3,5%, если же при наступлении этой ситуации его средства будут вложены во второй тип акций, он обанкротится. При наступлении же ситуации В, инвестор обанкротится, вложив деньги в первую ценную бумагу, и будет в выигрыше, купив вторую. Но учитывая, что ситуации А и В наступают с разной вероятностью, решения инвестора не будут равнозначными с точки зрения риска наступления банкротства: при вкладе в акции «1» он обанкротится с вероятностью 0,8, а при вкладе в «2» - с вероятностью 0,2.

Таким образом, при равенстве ожидаемых эффективностей, дисперсий и начального капитала для разных вкладов их риски банкротства могут отличаться. Поэтому помимо дисперсии, искали и строили другие методы оценки риска. Например, на основе той же дисперсии с использованием неравенства Чебышева [3] был построен другой метод оценки риска и предельных возможностей для инвестора.

Если применить неравенство Чебышева к случайной величине R_i - эффективности i-го актива, $i=\overline{1,n}$, то получим:

$$P\{|R_i - m_i| > \delta\} \le \frac{V_i}{\delta^2},\ \delta > 0. \tag{2}$$

Предположим, что вложение происходит за счет займа под процентную ставку r_s под залог имущества. Какова вероятность, что инвестор не сможет погасить заем и вернуть имущество? Это вероятность события $\{R_i < r_s\}$:

$$P\{R_i < r_s\} = P\{R_i - m_i < r_s - m_i\} = P\{-(R_i - m_i) > m_i - r_s\} \le P\{|R_i - m_i| > m_i - r_s\} \le \frac{V_i}{(m_i - r_s)^2}. \tag{3}$$

Разумеется, при этом требуется выполнение условия целесообразности вклада «под кредит», то есть $m_i > r_s$, и оценка вероятности банкротства имеет смысл при $V_i < (m_i - r_s)^2$ (что, не выполнялось в предыдущем примере).

Найдем условия того, что шанс наступления банкротства был бы не больше одного из девяти. Исходя из (2), для этого достаточно выполнения условия:

$$\frac{V_i}{(m_i - r_s)^2} \le \frac{1}{9},\ \ V_i \le \frac{(m_i - r_s)^2}{9},\ \ m_i \ge r_s + 3\sigma_i. \tag{4}$$

(последнее неравенство известно в теории вероятностей, как правило трех σ).

Рассмотрим теперь ситуацию, когда инвестор вкладывает в акции только часть $(1-x_0)$ своего начального капитала I_0, а оставшаяся часть x_0 принимает форму сбережений под процентную ставку r_0. В этом случае банкротство возможно, если

$$x_0 I_0 (1+r_0) + (1-x_0) I_0 (1+R_i) < 0, \quad \text{или}$$
$$R_i < -\frac{x_0 I_0 (1+r_0) + (1-x_0) I_0}{(1-x_0) I_0}; \quad R_i < -\frac{1+r_0 x_0}{(1-x_0)}. \tag{5}$$

Оценка по Чебышеву дает шанс банкротства меньше, чем 1/9 при условиии, что:

$$\frac{V_i}{\left(m_i + (1+r_0 x_0)/(1-x_0)\right)^2} < \frac{1}{9} \quad \text{или} \quad m_i > 3\sigma_i - \frac{1+r_0 x_0}{1-x_0} \tag{6}$$

Если сравнить формулы (5) и (6), то становится понятно, что игра на свой капитал гораздо безопаснее. Даже при вложении всего капитала без сбережений достаточным является выполнение условия $m_i > 3\sigma_i + 1$, если, конечно, инвестора удовлетворяет уровень гарантий 1 из 9. При каком-либо другом уровне условия строятся аналогичным образом.

Однако вероятность банкротства также не является абсолютно объективной мерой риска. Поэтому используются и другие способы оценивания риска, например, теория функций полезности. Из общих соображений понятно, что найти числовую величину, однозначно характеризующую риск, невозможно, так как это является попыткой заменить случайную величину постоянной. Поэтому ни одна из них не будет полной характеристикой риска. Однако. имеет смысл исследовать каждую из них, поскольку это дает возможность взглянуть на одну и ту же ситуацию с разных сторон и выбрать наиболее приемлемый вариант действий [4-6].

Литература:

1. Боди З., Кейн А., Маркус А. Принципы инвестиций, 4-е изд. – Издательский дом “Вильямс”, 2002. – 984 с.
2. Андрієнко В.А., Андрієнко.В.М. Аналіз фондових ринків Одеса, «Астропринт», 2011.– 292с.
3. Колемаев В.А, Староверов О.В., Турундаевский В.Б. Теория вероятностей и математическая статистика – М.: Высшая школа, 1991. – 400с.
4. Андриенко В.М. Фондовый рынок: интеллектуальный анализ и моделирование/Монография.– Lambert, Германия, 2013, – 164 с.
5. Апробация имитационно-оптимизационного подхода на примере задачи синхронизации инвестиционной и производственной деятельности предприятия ИЮ Ивченко Науковий журнал «Вісник Дніпропетровського університету. Серія: Економіка, С. 246 – 251.
6. Соколовська З.М., Клепікова О.А. Прикладні моделі системної динаміки: [монографія] / З.М. Соколовська, О.А. Клепікова. – Одеса: Астропринт, 2015. – 308 с.