АЛЬТЕРНАТИВНАЯ КОНЦЕПЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ

К. ф.-м. н. А.С. Семенов

Одесский национальный политехнический университет
Украина, г. Одесса
semans@ukr.net

Предлагается некоторая модификация математического описания ряда моделей экономической динамики.

Стандартный прием теории непрерывных функций в естествознании состоит в рассмотрении бесконечно малых приращений функций с последующим предельным переходом. Формальный перенос этого метода на дискретно изменяющиеся функции-показатели экономических систем приводит как к некорректной математической модели, так и к ряду неверных выводов о функционировании экономической системы, например, к экспоненциальному росту со временем всех показателей системы (например, модель Харрода [1]). Часто необоснован переход к безразмерным параметрам, например к безразмерному времени и построение соотношений между макроэкономическими функциями разной размерности, в то время как в уравнениях модели не «уравновешены» размерности и автомодельность отсутствует (например, модель макроэкономической динамики Филлипса [2]).

Предлагается следующее. С целью исключения ошибочного применения операции дифференцирования к дискретно меняющимся функциям модели предлагается привлечь аппарат теории обобщенных функций. Тогда закон формирования капитала из арифметического естественным образом обращается в интегральный [3]:

$$K(t) = \int_{-\tau}^{t} I(s)\, ds = K_0 + K_R\,,$$

где τ - период накопления начального капитала K_0, и $K_R = \int_0^t I(s)\,ds$. Тогда классическое соотношение $dK(t)/dt = I(t)$ приобретает обычный смысл.

Понимаемый в смысле интенсивности потока доход $y(t)$ не может сопоставляться с капиталом $K(t)$ в денежном эквиваленте представляемом дискретно как годовые доходы. Сопоставим капитал с доходом, реализованным за период времени от *0* до *t*: $y_R(t) = \int_0^t y(s)\,ds$ и классическое соотношение $K_n = \nu\, y_n$ (*n* – номер года) становится интегральным

$$K(t) = \nu \int_t^{t+1} y(s)\,ds, \quad t \geq 0$$

Отношение $K(t)/y_R(t)$ составляет ν при *t=1*, 2ν при $t = 1/2$, 3ν при $t = 1/3$ и т.д.

Для произвольного момента времени *t* отношение равно ν/t, следуя логике, вместо предыдущего соотношения запишем следующее:

$$K(t) = \frac{\nu}{t}\int_0^t y(s)\,ds$$

Возникающая при $t \to 0$ особенность устраняется по правилу Лопиталля и при при $t = 0$ приходим к соотношению $K_0 = \nu\, y_0$. Заметим, что вместо *t* в знаменателе может стоять некоторая функция, удовлетворяющая условиям $f'(0) = 1,\ f(\nu) = \nu$.

Используя эти соотношения, получаем следующую интегральную зависимость между доходом и инвестициями:

$$I(t) = -\frac{\nu}{t^2}\int_0^t y(s)\,ds + \frac{\nu}{t}\,y(t)$$

Опуская математические выкладки, приведем лишь окончательный вид, например, уравнения модели Кейнса с мультипликатором в контуре обратной связи:

$$T\frac{d\eta}{dt} + (1 \mp \alpha)\eta = T\left[\frac{\nu}{t}\eta(t) - \frac{\nu}{t^2}\int_0^t \eta(s)\,ds\right] \qquad (*)$$

Важным является то, что как в модели Кейнса, так и в модели Харрода, модели Филипса и других, уравнения содержат в качестве коэффициентов не константы, а функции времени. Это существенно расширяет возможности исследования поведения экономических систем и, в частности, в отличие от классической, например модели Харрода, позволяет исследовать процесс возникновения кризисов.

Стандартными методами уравнение (*) сводится к решению вырожденного гипергеометрического уравнения. При определенных числовых значениях коэффициентов ν и α и соотношениях между ними, вырожденная гипергеометрическая функция обращается в элементарные и дальнейший анализ упрощается.

Уравнение (*) с учетом определенных начальных условий можно свести к интегральному уравнению Вольтера второго рода, в котором присутствие кусочно-непрерывных функций не вызывает принципиальных трудностей поиска решения.

ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ ИСТОЧНИКИ

1. Канторович Л.В., Горстко А.Б. Оптимальные решения в экономике/Канторович Л.В., Горстко А.Б. – М.: Наука, 1972. -229 с.
2. Аллен Р. Математическая экономика/ Аллен Р. – М.: Изд-во иностр. лит.,1963.-667 с.
3. Чернышев С.И., Воронин А.В., Разумовский С.А. Проблемы моделирования экономической динамики/ Чернышев С.И.,Воронин А.В., Разумовский С.А.- arXiv: 1003.4382. www.ttr.com.ua.,2011.-19 с.